Γιάννης Π. Πλατάρος 25/4/2004

ΕΡΓΑΣΙΑ: «Η συμβολή του Θαλή στην Γεωμετρία»



Η ζωή του Θαλή

Ο Θαλής γεννήθηκε το 624 π.Χ. στη Μίλητο και υπήρξε ιδρυτής της Ιωνικής σχολής (σχολή της Μιλήτου). Ο Θαλής αγαπούσε τα ταξίδια και ταξίδεψε πολύ. Οι σοφοί του 6ου αιώνα (λ.χ. ο Σόλων) ήταν καθιερωμένο να ταξιδεύουν στην Αίγυπτο και να μελετούν τον τρόπο ζωής και τις επιστήμες (γεωμετρία) των Αιγυπτίων. Ο Θαλής ήταν ένας απ' τους επτά σοφούς της αρχαιότητας και θεωρείται πατέρας της Ελληνικής φιλοσοφίας διότι πρώτος έθεσε το πρόβλημα μίας γενικής αρχής όλων των πραγμάτων. Ο Θαλής πέθανε σε προχωρημένη ηλικία παρακολουθώντας αθλητικούς αγώνες εξαιτίας της ζέστης, της δίψας και της εξάντλησης. Στον τάφο του χαράκτηκε το εξής επίγραμμα : Αυτός ο μικρός τάφος, είναι του Θαλή του εξαίρετου, που η δόξα έφτανε ως τα ουράνια.

Η συμβολή του Θαλή στην Γεωμετρία

Δυστυχώς , οι γνώσεις μας για τα μαθηματικά που ανεπτύχθησαν τον $6^{ο}$ και $5^{ο}$ αιώνα π.Χ.είναι αποσπασματικές. Κανένα κείμενο δεν διασώζεται ακέραιο , ενώ οι πληροφορίες ου έχουμε προέρχονται από συγγραφείς που έζησαν έως και 1000 χρόνια αργότερα.

Ο Πρόκλος αποτελεί την καλύτερη και την πλέον αξιόπιστη πηγή για τον Θαλή ως Γεωμέτρη

Παρ΄ ότι ο Πρόκλος έζησε τον $5^{ο}$ μ.Χ αιώνα , η επισκόπηση της Ιστορίας της Γεωμετρίας που περιέλαβε στα σχόλιά του για το πρώτο βιβλίο του Ευκλείδη,

είναι αξιόπιστη, καθώς θεωρείται ότι βασίζεται στην χαμένη Ιστορία της Γεωμετρίας που είχε συγγράψει ο μαθητής του Αριστοτέλη ο Εύδημος ,

. Σύμφωνα με τον Πρόκλο, ο Θαλής μετέβη στην Αίγυπτο , από όπου εισήγαγε την μελέτη της Γεωμετρίας στην Ελλάδα.Αυτή την πληροφορία όμως, πρέπει να την δούμε μέσα από την οπτική του ότι στην Αίγυπτο ουδέποτε υπήρξε μελέτη της Γεωμετρίας όπως την εννοούμε σήμερα, αφού στα σχήματα που καμιά φορά συναντούμε σε Βαβυλωνιακές πινακίδες ή Αιγυπτιακούς παπύρους, ο ρόλος τους είναι εντελώς επουσιώδης και η χρησιμότητά τους περιορίζεται στην σημείωση πάνω τους λ.χ.του μήκους μιας πλευράς τριγώνου.Με τον Θαλή , αλλά και τους επιγόνους της σχολής της Ιωνίας, **το σχήμα παίρνει ουσιαστικό και πρωτεύοντα ρόλο στην σπουδή της γεωμετρίας και γίνεται το ίδιο , αντικείμενο μελέτης και μαθηματικού στοχασμού.**

Επίσης η Γεωμετρία καθίσταται συμπερασματική επιστήμη

Δικαίως λοιπόν εξασφάλισε τον τίτλο του «Πατέρα της Γεωμετρίας», αφού :

- Σύμφωνα με τον Ιερώνυμο (Μαθητής του Αριστοτέλη) όπως μας εξιστορεί ο Διογένη Λαέρτιος:

«Κατόρθωσε να μετρήσει τις πυραμίδες παρατηρώντας το μήκος της σκιάς τους , κατά την στιγμή που οι σκιές μας έχουν μήκος ίσο με το ύψος μας»

- Ο Ηράκλειτος γράφει :

"Θαλής πρώτος αστρολογήσαι".

- Ο Πλίνιος

Μας λέει τα ίδια, προσθέτοντας ότι ο Θαλής χρησιμοποίησε την μέθοδο και για κάθε άλλο σώμα του οποίου θέλουμε να βρούμε το ύψος

- Ο Πλούταρχος εμπλουτίζει την προηγούμενη ιστορία, βάζοντας τον τον Νειλόξενο να απευθύνεται στον Θαλή λέγοντάς του:

«Μεταξύ των άλλων άθλων σου, αυτός που ικανοποίησε ιδιαίτερα εκείνος (δηλ. τον Φαραώ Άμασι), όταν χωρίς δυσκολία και χωρίς να χρησιμοποιήσεις οποιοδήποτε όργανο, τοποθέτησες απλώς μια ράβδο στο άκρο της σκιάς της πυραμίδας και, έχοντας έτσι σχηματίσει δύο τρίγωνα μέσω του ίχνους των ακτίνων του Ηλίου, απέδειξες ότι η πυραμίδα έχει προς την ράβδο, τον ίδιο λόγο που έχει η σκιά της προς την σκιά της ράβδου.»

Πρέπει να επισημανθεί , ότι η εκδοχή του Πλούταρχου φανερώνει μια υποτυπώδη (τουλάχιστον) γνώση ομοίων τριγώνων.

- Σύμφωνα με τον Πρόκλο

Ο Ευκλείδης είναι ο πρώτος που απέδειξε πως ένας κύκλος διχοτομείται από την διάμετρό του

Σύμφωνα επίσης με την παράδοση , είναι ο πρώτος που απέδειξε ότι οι παρά την βάση γωνίες ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες. (ή «όμοιες» όπως τις έλεγαν σύμφωνα με τον αρχαϊκό όρο της εποχής του)

- Ο Εύδημος:

Μας πληροφορεί ότι η Ι.26 Πρόταση του Ευκλείδη (κριτήριο ΓΠΓ για ισότητα τριγώνων) την απέδειξε (ή τουλάχιστον το εγνώριζε) αφού –κατά τον Εύδημο- ο τρόπος υπολογισμού της απόστασης πλοίου από την ακτή , «εμπλέκει κατ΄ανάγκην την χρήση αυτού του θεωρήματος»

Επίσης ο Εύδημος αποδίδει στον Θαλή την Ι.15 του Ευκλείδη (ισότητα των κατά κορυφήν γωνιών)

- Σύμφωνα με την Παμφίλη:

Υπήρξε ο πρώτος που ενέγραψε ορθογώνιο τρίγωνο σε κύκλο . Σύμφωνα όμως με τον Απολλόδωρο τον λογικιστή , αυτό πρέπει να αποδοθεί στους Πυθαγορείους.
Σύμφωνα όμως με τον Cantor , ο Θαλής δεν «απέδειξε» αλλά μάλλον παρετήρησε τις ιδιότητες των γεωμετρικών σχηματών. Ο Cantor μάλιστα προχωρεί και εικάζει ότι ο Θαλής πρέπει να ανεκάλυψε τα θεωρήματά του που αναφέρονται είτε στην ισότητα των κατά κορυφήν γωνιών είτε στην διχοτόμηση του κύκλου υπό διαμέτρου του, στο γεγονός ότι σχήματα κύκλων διαιρεμένα σε ίσους τομείς από 2, 4 ή 6 διαμέτρους υπήρχαν πάμπολλα στην Αίγυπτο σε μνημεία και αμφορείς.

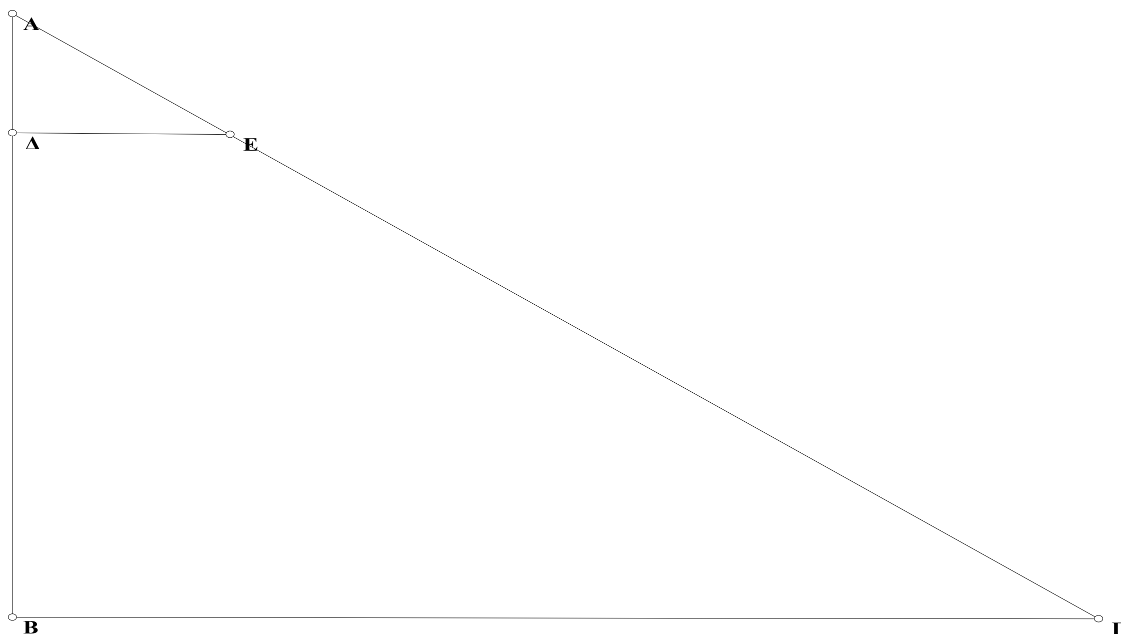
Σχετικά με το πρόβλημα προσδιοριμού της απόστασης πλοίου από την ακτή.

Σύμφωνα με τον Εύδημο η Ι.26 του Ευκλείδη ήταν γνωστή στον Θαλή από το ότι ήταν σε θέση να προσδιορίσει την απόσταση πλοίου από την ακτή.Επ΄αυτού υπάρχουν τρεις ενδιαφέρουσες εικασίες σχετικά με την πραγματική μέθοδο που χρησημοποιούσε ο Θαλής.

1η Εκδοχή –εικασία:

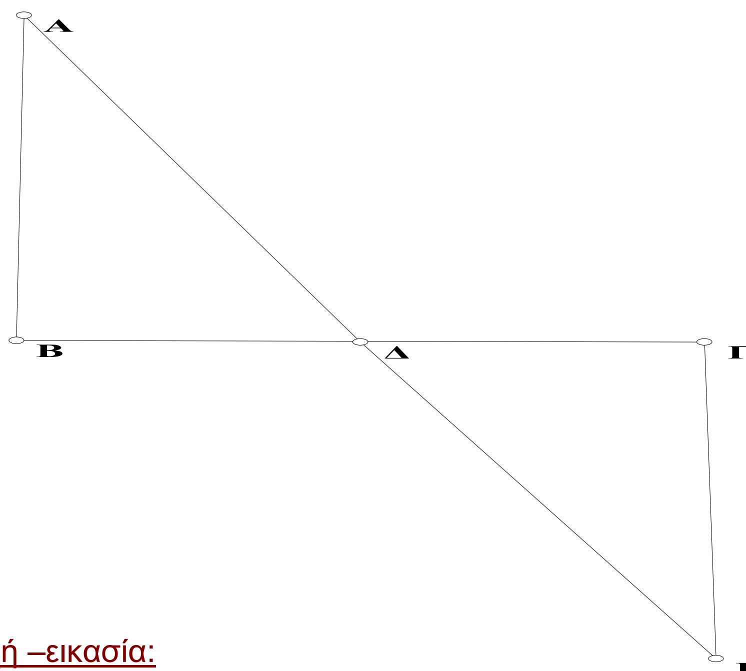
Ο Θαλής εγνώριζε κριτήριο μόνο τα όμοια τρίγωνα και δεν χρησιμοποιούσε το κριτήριο για τα ίσα. Έτσι, ανεβαίνοντας σε ένα ψηλό σημείο της ακτής , λ.χ. το Α , έχοντας μαζί του ένα μικρό αρθρωτό τρίγωνο λ.χ. το ΑΔΕ, σημάδευε το τρίγωνο με την ΑΕ και το οποίο ευρίσκετο στην θέση Γ. Έτσι γνωρίζοντας τα μήκη ΑΔ , ΔΒ και μετρώντας το ΔΕ , μπορούσε να υπολογίσει το ζητούμενο ΒΓ , μέσω της σχέσης:

$$ΒΓ=\frac{ΔΕ(ΑΔ+ΔΒ)}{ΑΔ}$$



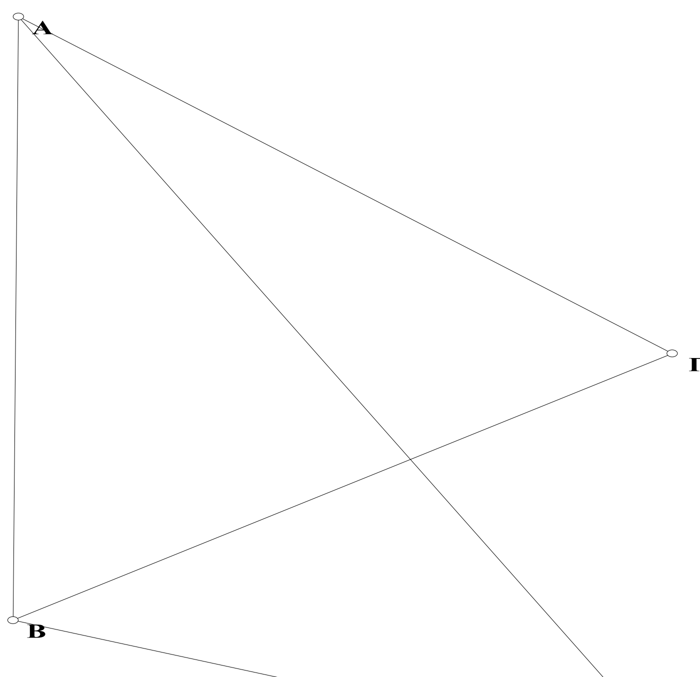
2η Εκδοχή- εικασία:

Σύμφωνα με αυτήν , σε επίπεδη ακτή, το πλοίο είναι στην θέση Α. Εμείς στεκόμαστε στο Β , κάθετα στην ακτογραμμή.Από εκεί μετράμε αυθαιρέτως ένα μήκος ΒΔ επί της ακτογραμμής και παίρνουμε άλλο τόσο στην προέκταση , το ΔΓ. Ακολούθως , κάθετα, αρχίζουμε να μετράμε απόσταση σκοπεύοντας το σημείο Δ, μέχρις ότου έλθει συνευθειακά με το πλοίο Α. Έτσι, ΗΓ =ΑΒ με βάση το προειρηθέν κριτήριο.



3η Εκδοχή –εικασία:

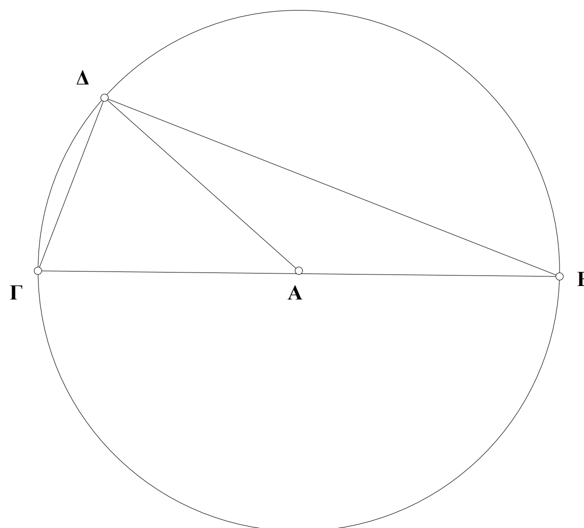
Σύμφωνα με αυτήν , η διαδικασία είναι απλούστατη και ευφυέστατη ταυτοχρόνως. Ο Παρατηρητής, το μόνο που είχε να κάνει, ήταν να ανέβει σε ένα ψηλό σημείο της ακτής και με μία απλή ράβδο να σκοπεύσει το πλοίο. Στο προσοφθάλμιο άκρο Α έχει αναρτήσει ένα νήμα της στάθμης και έτσι μετρά την γωνίαΒΑΓ Ακολούθως , χωρίς μεταβολή της γωνίας, στρέφει την ράβδο επί της ακτής και σκοπεύει ένα προσιτό σημείοΕ.Τότε με βάση την Ι.26, τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΒΕ είναι ίσα και επομένως ΒΓ=ΒΕ



Από τις τρεις πάρα πάνω εκτεθείσες εκδοχές, είναι αρκετά δύσκολο να λάβει κάποιος θέση και να υποδείξει την επικρατέστερη ή πιθανότερη. Η τρίτη εκτεθείσα όμως, μας επιτρέπει να εκφράσουμε την σκέψη ότι προσιδιάζει στην ευφυΐα σοφία και (συνακόλουθη) απλότητα του Θαλή.

Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου

Έχει εκφρασθεί η άποψη ,ότι ο Θαλής εγνώριζε ότι το άθροισμα των γωνιών παντός τριγώνου είναι 2 ορθές. Σύμφωνα με την Παμφίλη , ενέγραψε ορθογώνιο τρίγωνο σε κύκλο. Όμως επειδή εγνώριζε την ισότητα των παρά την βάση γωνιών ισοσκελούς τριγώνου, μπορούσε εύκολα να αποδείξει ότι το άθροισμα των γωνιών ορθογωνίου τριγώνου είναι 2 ορθές, ιδού πως:



Η ΑΔ χωρίζει το ορθογώνιο σε δύο ισοσκελή τρίγωνα, τα ΑΔΓ και ΑΔΒ . Το άθροισμα των γωνιών του ορθογωνίου επομένως, ισούται με το άθροισμα των τεσσάρων ίσων παρά την βάση γωνιών.<ΑΔΓ +< ΑΔΒ= 1 ορθή. Άρα και οι ίσες τους <Β +<Γ=1 ορθή ,δηλαδή όλες έχουν άθροισμα 2 ορθές.
Κατόπιν αυτού, είναι εύκολο, ένα τυχαίο τρίγωνο να χωρισθεί με ένα ύψος του σε δύο ορθογώνια και με βάση το προηγούμενο , να αποδειχθεί ότι έχει άθροισμα γωνιών 2 ορθές.

Άλλες αναφορές στο έργο του Θαλή:

Ο Θαλής ήταν ο πρώτος Έλληνας φιλόσοφος που αναζήτησε την πρώτη αρχή των όντων και των κοσμικών φαινομένων. Ως πρώτη αιτία όρισε το νερό. Η ζωτική δύναμη του νερού και η τεράστια σημασία του στη φύση ήταν η αιτία που έκανε τον Θαλή να το ορίσει ως πρωταρχικό στοιχείο. Στην Ορφική μυθολογία βρίσκουμε το "Ύδωρ" και την "Ύλη" σαν τα πρωταρχικά στοιχεία δημιουργείας της πρωτοϋλης του σύμπαντος. Η "Ύλη" δεν ορίζεται με την σημερινή επιστημονική έννοια, αλλα αποτελεί μια μορφή κοσμικής ύλης. Το νερό, ο αέρας είτε άλλο στοιχείο είναι κατά τους Προσωκρατικούς φιλοσόφους συνυφασμένο με την ζωή, την ψυχή και τη δύναμη της φύσεως που κινεί τα πάντα («φύεσθαι»).

Ο Ηρόδοτος
αναφέρει πώς ο Θαλής συνόδευσε τον Κροίσο σε εκστρατεία του και με κατάλληλη διοχέτευση των νερών του ποταμού Αλύ διευκόλυνε τα στρατεύματά του στη διάβαση τους. Ο Θαλής προείπε την έκλειψη ηλίου το 585 π.Χ., και έγραψε επικούς στίχους για τα ουράνια σώματα.
Ο Διογένης Λαέρτιος
γράφει για τον Θαλή στο 1ο Βιβλίο του : "Κάποιοι λένε ότι πρώτος αυτός είπε πως οι ψυχές είναι αθάνατες. Ένας απ' αυτούς είναι ο ποιητής Χοιρίλος. Πρώτος βρήκε την πορεία του ήλιου από ηλιοστάσιο σε ηλιοστάσιο και διατύπωσε την άποψη πως το μέγεθος του ήλιου και της σελήνης είναι ίσο με τον ένα επτακοσιοστό της τροχιάς του. Πρώτος ονόμασε την τελευταία μέρα του μήνα τριακοστή και πρώτος, όπως λένε μερικοί, ασχολήθηκε με τη φύση. □ Ως πολιτικός επίσης υπήρξε διαπρεπής. Όταν ο Κροίσος έστειλε πρέσβεις στους Μιλήσιους για να ζητήσει συμμαχία, ο Θαλής τους εμπόδισε. Πράγμα το οποίο μετά την επικράτηση του Κοίρου αποδείχτηκε σωτήριο για την πόλη. Πρωταρχική αιτία όλων θεωρούσε το νερό και για τη φύση έλεγε πως είναι έμψυχη και γεμάτη θεότητες. Λένε πως αυτός βρήκε τις εποχές του χρόνου και τον διαίρεσε σε τριακόσιες εξήντα πέντε μέρες". (Διογένης Λαέρτιος «Βίοι Φιλοσόφων»)
Ο Πλάτων στον Θεαίτητο (174 α)
περιγράφει την παρακάτω ιστορία για τον Θαλή " όπως ακριβώς, Θεόδωρε λέγεται ότι μία πνευματώδης και νόστιμη θρακιώτισσα υπηρέτρια πείραξε τον Θαλή, που καθώς παρατηρούσε τ' άστρα και χάζευε προς τα πάνω έπεσε σ' ένα πηγάδι, του είπε δηλαδή ότι τον έτρωγε η επιθυμία να μάθει τι βρίσκεται στον ουρανό, αλλά του ξέφυγε ό,τι βρισκόταν πίσω του και πλάι στα πόδια του."
Ο Θαλής δεν πρέπει να άφησε κανένα έργο παρά μόνο ένα με τίτλο "Ναυτική αστρολογία" που σύμφωνα με το Διογένη Λαέρτιο είναι έργο του Φώκου του Σάμιου. Πολλά κομμάτια από την φιλοσοφία του διέσωσαν οι μαθητές του και οι μετέπειτα φιλόσοφοι όπως ο Αριστοτέλης (Περί Ψυχής). Σημαντικά στοιχεία για την φιλοσοφία του Θαλή βρίσκουμε στο έργο του Διογένη Λαέρτιου "Βίοι Φιλοσόφων" (Βιβλίο 1ο).

Γνωμικά αποδιδόμενα στον Θαλή

(Διογένης Λαέρτιος, "Βίοι Φιλοσόφων", Βιβλίο Ι)

- Το παλαιότερο από τα όντα είναι ο Θεός, διότι είναι αγέννητος.
- Το ωραιότερο δημιούργημα είναι ο κόσμος, διότι είναι έργο Θεού
- Το μεγαλύτερο ο χώρος, διότι χωράει τα πάντα
- Το γρηγορότερο ο νους, διότι τρέχει παντού.
- Το ισχυρότερο η ανάγκη, διότι κυριαρχεί σε όλα.
- Το σοφότερο ο χρόνος, διότι ανακαλύπτει τα πάντα.
- Ό,τι προσφέρεις στους γονείς σου, τα ίδια περίμενε να πάρεις από τα παιδιά σου.
- Ο Θάνατος δεν διαφέρει σε τίποτα από τη ζωή.
- Γνώθι σ' αυτόν.

(Σ' αυτόν που τον ρώτησε τι δημιουργήθηκε πιο μπροστά η μέρα ή η νύχτα, είπε:
- "Η νύχτα μία μέρα νωρίτερα".

Σ' αυτόν που τον ρώτησε ποιος είναι πιο ευτυχισμένος είπε
- "Αυτός που έχει σώμα υγιές, εφευρετικό μυαλό και έμφυτη ικανότητα να δεχτεί τη μόρφωση".

Σ' αυτόν που τον ρώτησε τι είναι εύκολο είπε:
- "Το να δίνεις συμβουλές στους άλλους".

Αριστοτέλης, "Μετά τα Φυσικά" (7)
" Ο Θαλής διατύπωσε την άποψη ότι η γη στηρίζεται πάνω σε νερό και ότι όλα είναι νερό."

Αριστοτέλης, "Περί Ψυχής" (7)
"Φαίνεται ότι ο Θαλής, απ' όσα θυμούνται μερικοί, θεωρούσε ότι η ψυχή έχει μέσα της δύναμη κινητική, για το λόγο ότι κινεί τον σίδηρο."

Αριστοτέλης, "Περί Ψυχής" (7)
" Και μερικοί λένε ότι (η ψυχή) είναι αναμεμειγμένη με το σύμπαν, γι' αυτό ίσως και ο Θαλής πίστευε ότι ο κόσμος είναι γεμάτος Θεούς"

Καλλίμαχος, Ίαμβος Ι (7)

γιατί η νίκη ήταν του Θαλή,
που το μυαλό του έκοβε πολύ
και λένε πως τ' αστεράκια μέτρησε της Άμαξας, (μικρή Άρκτος)
που τους Φοίνικες βοηθάει ν' αρμενίζουν (αποσ. 191)

Βιβλιογραφία:

1) «Η Ιστορία των Ελληνικών Μαθηματικών» Sir Thomas Heath –Έκδοση ΚΕ.ΕΚ.ΕΚ. Αθήνα 2001
2) Ιστορία των Επιστημών και της Τεχνολογίας -ΟΕΔΒ -Αθήνα 1999
3) Ιστορία των Μαθηματικών –Ε. Σ. Σταμάτη –ανάτυπο – Αθήνα 1971
4) Αι Επιστήμαι εν Ελλάδι- Ευάγγελου Σταμάτη -Αθήνα 1966
5) Οι μεγάλοι έλληνες της Αρχαιότητος , Ο ΘΑΛΗΣ Ο ΜΙΛΗΣΙΟΣ-Ε. Σταμάτη –Ανάτυπον
6) Διογένης Λαέρτιος, Βίοι Φιλοσόφων
Άπαντα,Βιβλίο I, Θαλής
Μετάφραση : Μεταφραστική Ομάδα Κάκτου
Εκδόσεις Κάκτος (Αθήνα 1994)
7) G.S. KIRK - J.E. RAVEN - M. SCHOFIELD, Οι Προσωκρατικοί Φιλόσοφοι, Θαλής (σελ 89 - 109)
Μετάφραση: Δημοσθένης Κούρτοβικ
Μορφωτικό Ίδρυμα Εθνικής Τραπέζης (Αθήνα 1990)
8) Εγκυκλοπαίδεια Δομή,
Τόμος 6 Θαλής ο Μιλήσιος
Εκδόσεις "ΔΟΜΗ" Ελλάς